

# “PROPIEDADES UNIVERSALES DE LA AUREOLA NUCLEAR DE DOS NEUTRONES DEBILMENTE LIGADOS”

PHYSICAL REVIEW LETTERS **128**, 212501 (2022)

---

## Universal Properties of Weakly Bound Two-Neutron Halo Nuclei

Masaru Hongo<sup>1,2,3</sup> and Dam Thanh Son<sup>4</sup>

<sup>1</sup>*Department of Physics, University of Illinois, Chicago, Illinois 60607, USA*

<sup>2</sup>*RIKEN iTHEMS, RIKEN, Wako 351-0198, Japan*

<sup>3</sup>*Department of Physics, Niigata University, Niigata 950-2181, Japan*

<sup>4</sup>*Kadanoff Center for Theoretical Physics, University of Chicago, Chicago, Illinois 60637, USA*



(Received 7 February 2022; accepted 21 April 2022; published 24 May 2022)

Los núcleos cercanos a la línea de goteo están a la vanguardia de la física nuclear moderna.

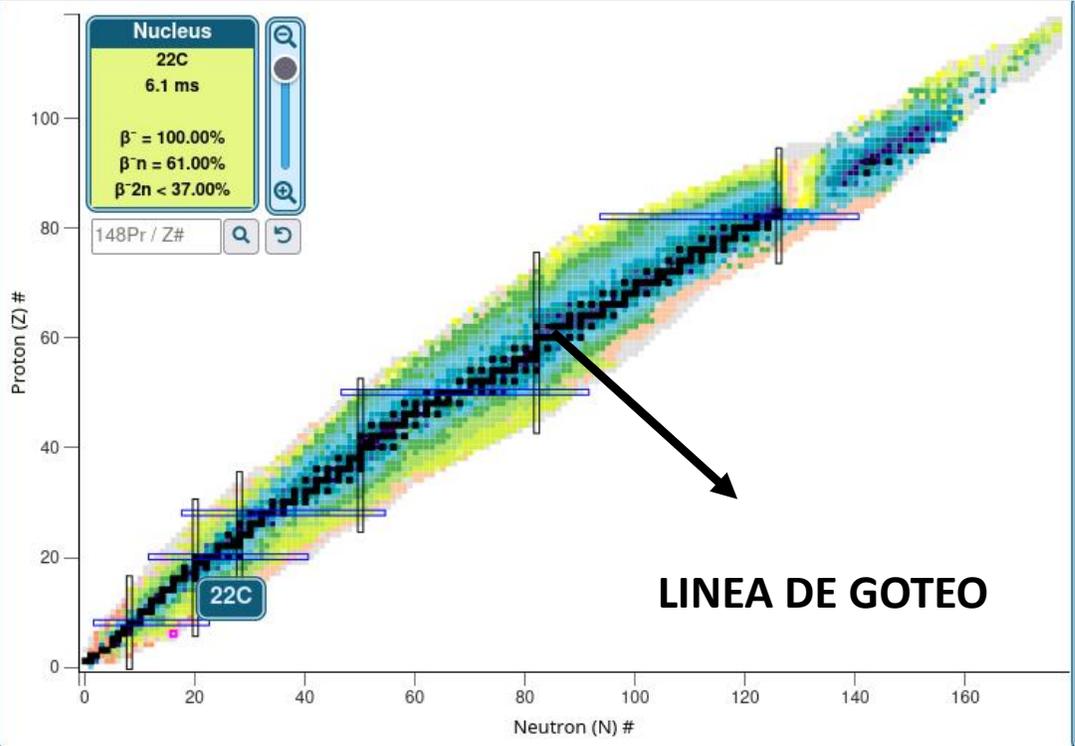
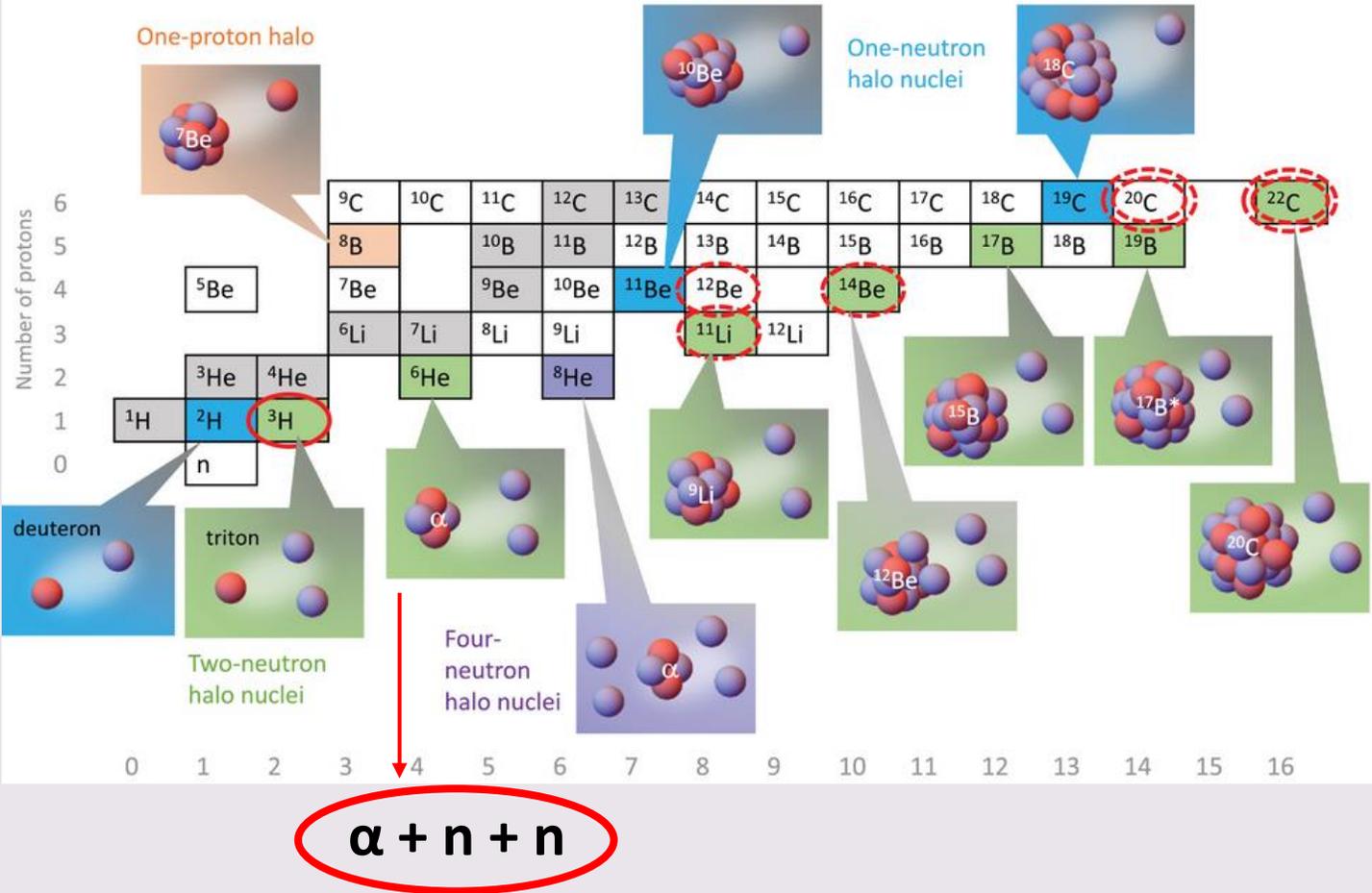


Tabla de nucleidos  
<https://www.nndc.bnl.gov/nudat2/>



**NUCLEOS BORROMEANOS!!!**

El sistema carozo( $\alpha$ ) + neutrón(n) + neutrón(n) es estable pero la interacción de a pares (n,n) y ( $\alpha$ ,n) no lo es.

# Introducción

En este trabajo se desarrolla una teoría de campo efectivo (EFT) que puede describir la aureola nuclear (halo nucleí) de dos neutrones borromeos en el límite donde la energía de separación neutron-neutron  $\mathbf{B}$  es muy pequeña.

El interés principal se centra en el estudio del núcleo borromeo de  $^{22}\text{C}$ , con un radio de materia encontrado de 5.4 fm el cual requiere energías de separación de  $\mathbf{B} < 100$  KeV. Siendo este núcleo el menos ligado de los núcleos borromeos conocidos.

La presente teoría requiere dos ajustes finos: Se asume que la longitud  $a$  de dispersión de onda-s es anormalmente grande y que la energía de separación del Halo nuclear (neutron-neutron) es anormalmente pequeña, en otras palabras la energía virtual de dos neutrones es  $\epsilon_n = \hbar^2 / (m_n a^2) \approx 120$  keV

La teoría está desarrollada para abordar la ausencia del efecto efimov en el isótopo  $^{22}\text{C}$ . Esta contiene dos parámetros relevantes que corresponden a los ajustes finos y un acoplamiento adimensional  $g$  que se puede interpretar como *la probabilidad de que un halo nuclear se divida en un carozo y un dímero de dos neutrones*.

Usando EFT se pueden calcular muchas cantidades físicas, en particular se calcula la relación entre la rsm del radio de materia y el radio de carga medio al cuadrado  $\langle r_m^2 \rangle / \langle r_c^2 \rangle = Af(\epsilon_n/B)$ , cuyo resultado es particularmente simple en el límite de longitud de dispersión neutron-neutron grande:

$$\frac{\langle r_m^2 \rangle}{\langle r_c^2 \rangle} = \frac{2}{3}A \rightarrow \text{Numero de masa del carozo}$$

También se obtiene una expresión analítica completa para la función de fuerza bipolar  $E_1$ .

# EFFECTIVE FIELD THEORY (EFT)

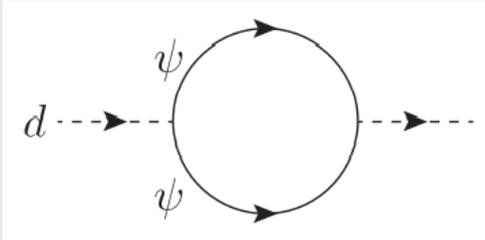
Lagrangiano efectivo para el sector de neutrones

$$\mathcal{L}_n = \sum_{\sigma} \psi_{\sigma}^{\dagger} \left( i\partial_t + \frac{\nabla^2}{2m_n} \right) \psi_{\sigma} + c_0 \psi_{\uparrow}^{\dagger} \psi_{\downarrow}^{\dagger} \psi_{\downarrow} \psi_{\uparrow} \quad \text{donde } \psi_{\alpha} \text{ es el neutrón y } \alpha = \uparrow, \downarrow \text{ son los índices de spin}$$

Aplicando una transformación de Hubbard-Stratonovich

$$\mathcal{L}_n = \sum_{\sigma} \psi_{\sigma}^{\dagger} \left( i\partial_t + \frac{\nabla^2}{2} \right) \psi_{\sigma} - \frac{1}{c_0} d^{\dagger} d + \psi_{\uparrow}^{\dagger} \psi_{\downarrow}^{\dagger} d + d^{\dagger} \psi_{\downarrow} \psi_{\uparrow}$$

A partir del diagrama de auto-energía del dimero se encuentra el propagador del dimero



$$D(p) = - \frac{4\pi}{\sqrt{-p_0 + \frac{p^2}{4} - \frac{1}{a}}}$$

$$\frac{1}{4\pi a} = -\frac{1}{c_0} + \int \frac{dq}{(2\pi)^3} \frac{1}{q^2}$$

**Longitud de dispersión de la onda-s**

Para construir la EFT que describa el Halo nuclear agregan al Lagrangiano un campo  $\phi$  que describe el carozo y uno  $h$  que describe el Halo nuclear. El Lagrangiano efectivo es entonces:

$$\mathcal{L} = h^{\dagger} \left( i\partial_t + \frac{\nabla^2}{2m_h} + B \right) h + \phi^{\dagger} \left( i\partial_t + \frac{\nabla^2}{2m_{\phi}} \right) \phi + g(h^{\dagger} \phi d + \phi^{\dagger} d^{\dagger} h) + \mathcal{L}_n + \text{counterterms,}$$

Calculando función beta para  $g$  se obtiene la solución

$$\frac{\partial g}{\partial \ln E} = \beta(g) = \frac{2}{\pi} \left( \frac{A}{A+2} \right)^{3/2} g^3$$

$$g^2(E) = \frac{\pi}{4} \left( \frac{A+2}{A} \right)^{3/2} \frac{1}{\ln \frac{E_0}{E}}$$

Energía del polo de Landau

# RADIO DE CARGA

$$\epsilon_n = 1/a^2$$

Factor de forma eléctrico del halo nuclear

( Transformada de Fourier de la densidad de carga)

$$F(\mathbf{k}) = 1 - \frac{1}{6} k^2 \langle r_c^2 \rangle + O(k^4)$$

$$\beta = \frac{1}{-a\sqrt{B}} = \sqrt{\frac{\epsilon_n}{B}}$$

$$a < 0$$

Por análisis dimensional la rms del radio de carga debería ser de la forma

$$\langle r_c^2 \rangle = g^2 B^{-1} f(\beta)$$

$$\langle r_c^2 \rangle = \frac{4}{\pi} \frac{A^{1/2}}{(A+2)^{5/2}} \frac{g^2}{B} f_c(\beta)$$

$$f_c(\beta) = \begin{cases} \frac{1}{1-\beta^2} - \frac{\beta \arccos \beta}{(1-\beta^2)^{3/2}}, & \beta < 1, \\ -\frac{1}{\beta^2-1} + \frac{\beta \operatorname{arccosh} \beta}{(\beta^2-1)^{3/2}}, & \beta > 1. \end{cases}$$

$$\langle r_n^2 \rangle = \frac{g^2}{\pi B} \left( \frac{A}{A+2} \right)^{3/2} \left[ f_n(\beta) + \frac{A}{A+2} f_c(\beta) \right]$$

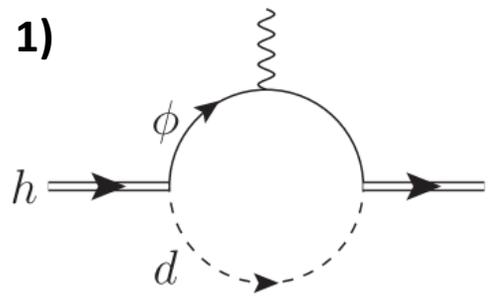
Valores asintóticos

$$f_c(0) = 1, \quad f_n(0) = \frac{1}{3},$$

$$f_c(\beta) = \frac{\ln \beta}{\beta^2}, \quad f_n(\beta) = \frac{\ln \beta}{\beta^2}, \quad \beta \rightarrow \infty$$

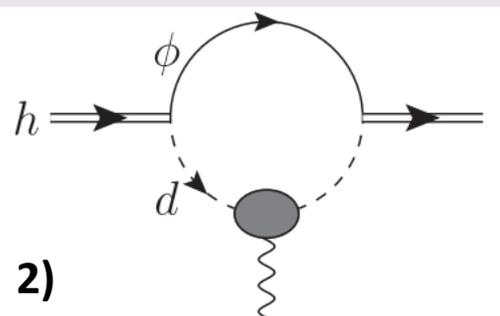
$$f_n(\beta) = \begin{cases} \frac{1}{\beta^3} \left[ \pi - 2\beta + (\beta^2 - 2) \frac{\arccos \beta}{\sqrt{1-\beta^2}} \right], & \beta < 1 \\ \frac{1}{\beta^3} \left[ \pi - 2\beta + (\beta^2 - 2) \frac{\operatorname{arccosh} \beta}{\sqrt{\beta^2-1}} \right], & \beta > 1 \end{cases}$$

1)

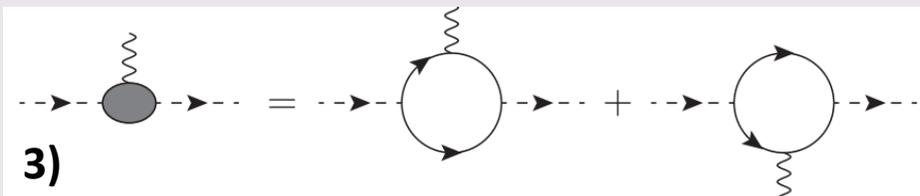


El diagrama de Feynman 1 determina el factor de forma de la carga del halo nuclear, la línea doble representa el halo nuclear, la línea simple es el carozo y la línea punteada es el dimero neutrónico.

2)



Se puede definir además el radio del neutrón imaginando que el dimero esta acoplado a un bosón de gauge  $U(1)$  (fotón de numero neutrónico) como se representa en el diagrama de Feynman 2. El acoplamiento del dimero con el fotón es como en el diagrama 3.



3)

# RADIO DE MATERIA

A partir del radio de carga y el radio del neutrón se pueden calcular:

- rsm del radio de materia
- rsm del radio de la distancia entre neutrones
- rsm del radio de la distancia entre el carozo y un neutrón

$$\langle r_m^2 \rangle = \frac{2}{A+2} \langle r_n^2 \rangle + \frac{A}{A+2} \langle r_c^2 \rangle$$

$$\langle r_{nn}^2 \rangle = 4 \langle r_n^2 \rangle - A^2 \langle r_c^2 \rangle$$

$$\langle r_{cn}^2 \rangle = \langle r_n^2 \rangle + (A+1) \langle r_c^2 \rangle$$

Quando  $\epsilon_n$  es fijo los radios dependen de  $\mathbf{B}$  de la siguiente forma:

$B \gg \epsilon_n$ : El acople  $g$  se establece a la escala de  $\mathbf{B}$ , y

$$\langle r^2 \rangle \sim 1/[B \ln(E_0/B)]$$

$B \ll \epsilon_n$ : El acople  $g$  se congela a la escala de  $\epsilon_n$ , y el radio crece logarítmicamente con  $\mathbf{B} \rightarrow 0$   $\langle r^2 \rangle \sim \ln(\epsilon_n/B)$

Debido a la forma en que corre el acople  $g$  los resultados de los radios no se pueden expresar solo en términos de observables de baja energía, como la longitud de dispersión de los neutrones y la energía de ligadura  $\mathbf{B}$ . En cambio dependen logarítmicamente del corte  $uv$  a través del acoplamiento  $g$ .

Sin embargo la dependencia en  $g$  desaparece cuando se calculan las relaciones entre los radios

$$\frac{\langle r_m^2 \rangle}{\langle r_c^2 \rangle} = \frac{A}{2} \left[ 1 + \frac{f_n(\beta)}{f_c(\beta)} \right]$$

$$\frac{\langle r_{cn}^2 \rangle}{\langle r_{nn}^2 \rangle} = \frac{1}{4} + \frac{A+2}{4A} \frac{f_c(\beta)}{f_n(\beta)}$$

$$\frac{\langle r_m^2 \rangle}{\langle r_c^2 \rangle} = \begin{cases} \frac{2}{3}A, & B \gg \epsilon_n, \\ A, & B \ll \epsilon_n, \end{cases}$$

$$\frac{\langle r_{cn}^2 \rangle}{\langle r_{nn}^2 \rangle} = \begin{cases} 1 + \frac{3}{2A}, & B \gg \epsilon_n, \\ \frac{A+1}{2A}, & B \ll \epsilon_n. \end{cases}$$

# LA FUNCION DE FUERZA DIPOLAR

ESTADO FUNDAMENTAL DEL HALO

PARTE IMAGINARIA DE UNA FUNCION DE GREEN DE DOS PUNTAS DEL OPERADOR CORRIENTE

$$\frac{dB(E1)}{d\omega}(\omega) = \sum_n |\langle n | \mathcal{M} | 0 \rangle|^2 \delta(E_n - E_0 - \omega)$$

$$\frac{dB(E1)}{d\omega} = \frac{3}{4\pi} \frac{1}{\omega^2} \sum_n |\langle n | \mathbf{J} | 0 \rangle|^2 \delta(E_n - E_0 - \omega)$$

$$\frac{dB(E1)}{d\omega} = -\frac{3}{4\pi} \frac{1}{\pi \omega^2} \text{Im } G_{JJ}(\omega)$$

ESTADOS EXCITADOS

OPERADOR DIPOLAR

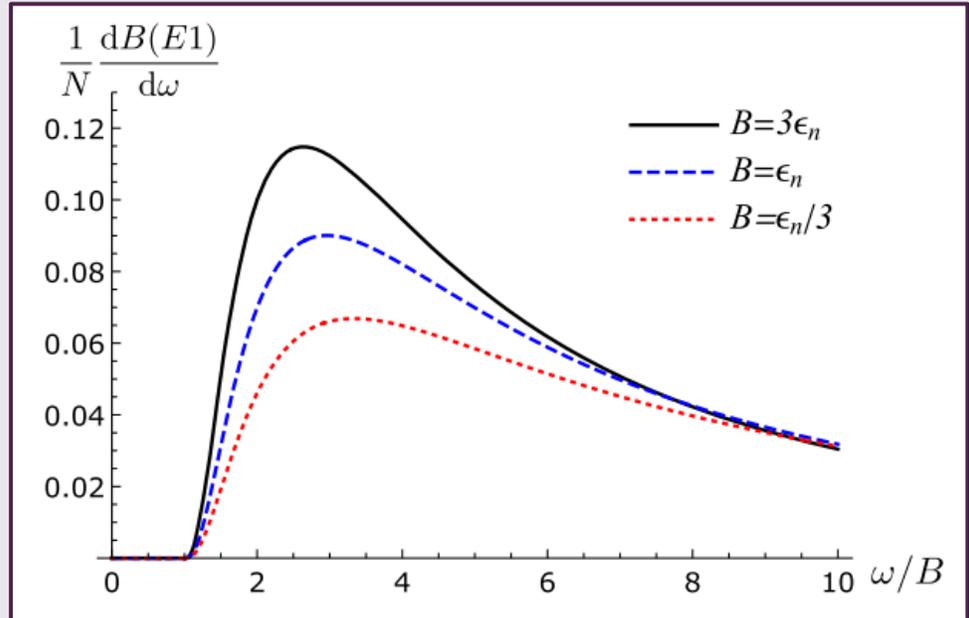
$$\frac{\partial}{\partial t} \mathcal{M} = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \mathbf{J}$$

CORRIENTE ELECTRICA TOTAL

$$\mathcal{M} = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} Z e (\mathbf{r}_c - \mathbf{R}_{c.m.})$$

COORDENADAS DEL CAROZO

COORDENADAS DEL CENTRO DE MASAS



La forms de la fuerza bipolar E1 ha sido graficado como function de  $\omega/B$  para varios valores de  $\beta$ .

$$\frac{dB(E1)}{d\omega} = \frac{3}{4\pi} Z^2 e^2 \frac{12g^2}{\pi} \frac{A^{1/2}}{(A+2)^{5/2}} \frac{(\omega - B)^2}{\omega^4} \times f_{E1} \left( \frac{1}{-a\sqrt{\omega - B}} \right),$$

$$f_{E1}(x) = 1 - \frac{8}{3} x (1 + x^2)^{3/2} + 4x^2 \left( 1 + \frac{2}{3} x^2 \right)$$

Expresiones analíticas explicitas para la función de fuerza dipolar E1

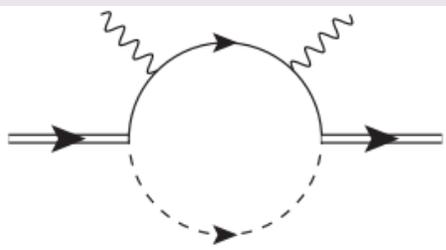


DIAGRAMA DE FEYNMAN PARA LA FUNCION DE FUERZA DIPOLAR E1

# APLICABILIDAD A SISTEMAS REALES

La presente teoría ha sido desarrollada para  $\epsilon_n = \hbar^2 / (m_n a^2) \approx 120 \text{ keV}$   $\rightarrow$   ${}^6\text{He}$   ${}^{11}\text{Li}$   
0.975 MeV 0.369 MeV

Además la existencia de resonancias cerca del umbral para  ${}^5\text{He}$  y  ${}^{10}\text{Li}$  hacen dudosa su aplicabilidad, sin embargo se pueden hacer algunas comparaciones:

- Para  ${}^6\text{He}$  el valor encontrado por otra teoría de la relación de los radios es  $\rightarrow \langle r_m^2 \rangle / \langle r_c^2 \rangle = 0.862A$ , mientras que el valor encontrado con este desarrollo es aproximadamente  $\rightarrow \langle r_m^2 \rangle / \langle r_c^2 \rangle \approx 0.686A$  lo cual refleja alrededor de un 20 % de discrepancia.
- Para  ${}^{11}\text{Li}$  se compararon los resultados encontrados en otros trabajos teóricos, donde se usaron los valores de  $B = 247 \text{ KeV}$  y  $\epsilon_n = 116.04 \text{ keV}$ , encontrando valores cercanos al centro de las barras de error de energías de resonancia del  ${}^{10}\text{Li}$  de  $\sqrt{\langle r_c^2 \rangle} = 0.86 \text{ fm}$  y  $\sqrt{\langle r_n^2 \rangle} = 4.7 \text{ fm}$ .
- El ángulo abierto  $\theta_{nn}$  formado por los vértices del triángulo isósceles de lados  $\sqrt{\langle r_{cn}^2 \rangle}$ ,  $\sqrt{\langle r_{cn}^2 \rangle}$  y  $\sqrt{\langle r_{nn}^2 \rangle}$  es cercano a 60 grados. Por estas razones es posible que la EFT provea solo una guía cualitativa para  ${}^{11}\text{Li}$

La teoría presentada puede ser usada cuantitativamente para núcleos de  ${}^{22}\text{C}$  si la energía de separación de dos neutrones es tan pequeña como 100 KeV.

Una corrección de la EFT proviene de la dispersión entre el núcleo y uno neutrón, parametrizado por el término irrelevante de dimensión 6  $a_{cn}\phi^\dagger\psi^\dagger\psi\phi$ , el cual debe ser suprimido por  $a_{cn}(2m_nB)^{1/2}$ , este factor es  $\leq 0.2$  para el valor experimental de la longitud de dispersión  $|a_{cn}| < 2.8 \text{ fm}$  con  $\mathbf{B} = 100 \text{ KeV}$ . Para  $\mathbf{B} = 180 \text{ KeV}$  es 0.25 y para  $\mathbf{B} = 400 \text{ KeV}$  es 0.4.

↓  
Longitud de dispersión carozo-neutrón

Otros términos irrelevantes de dimensión 6  $d^\dagger(i\partial_t + \frac{1}{4}\nabla^2)d$ , y  $h^\dagger\nabla\phi\nabla d$ , deben ser suprimidos de forma similar. Las correcciones de los operadores de orden superior deben ser computables dentro de la teoría de campos efectiva. La presencia de la resonancia de la onda- $p$  del  ${}^5\text{He}$  se puede tener en cuenta sumando el campo correspondiente.

Para los trímeros  ${}^3\text{He}{}^4\text{He}_2$  se esperan correcciones de dispersión de  ${}^3\text{He}-{}^4\text{He}$  relativamente grandes  $(2\mu B)^{1/2}|a_{34}| \sim 0.5$  en efecto las simulaciones experimentales y cuánticas de Monte Carlo parecen implicar valores sustancialmente más pequeños para la relación  $\langle r_{cn}^2 \rangle / \langle r_{nn}^2 \rangle$  en comparación con el dado por la ecuación

$$\frac{\langle r_{cn}^2 \rangle}{\langle r_{nn}^2 \rangle} = \frac{1}{4} + \frac{A + 2f_c(\beta)}{4A f_n(\beta)}$$